

УДК 622.691.4

Н.Н. Голунов<sup>1</sup>, e-mail: golunov.n@gubkin.ru

<sup>1</sup> Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский государственный университет нефти и газа (Национальный исследовательский университет) имени И.М. Губкина» (Москва, Россия).

## Гидродинамическое обоснование использования теории Кармана для расчета гидравлического сопротивления шероховатых трубопроводов в присутствии противотурбулентных добавок

В статье представлено уточнение обобщенной теории турбулентности Т. Кармана для случая шероховатости внутренней поверхности трубопроводов. Отличие данной теории от многих других полуэмпирических теорий турбулентности состоит в том, что она позволяет учитывать краевые условия на стенках трубопровода или другого канала, в которых происходит течение жидкости. Это обстоятельство играет ключевую роль в случаях, когда в поток жидкости вносятся противотурбулентные добавки. Такие добавки, не изменяя свойств жидкости, оказывают влияние на условия взаимодействия турбулентного течения со стенками, ограничивающими поток жидкости. Показано, как учитывается шероховатость стенок при течении жидкости без противотурбулентной добавки и какие изменения следует внести в модель и в расчетные формулы, чтобы учесть наличие такой добавки. Полученные результаты особенно важны для экстраполяции результатов тестирования противотурбулентных добавок на экспериментальных стендах и компактных лабораторных приборах на промышленные трубопроводы.

Ключевые слова: трубопровод, турбулентное течение, гидравлическое сопротивление, противотурбулентная добавка, феноменологическая теория Кармана, универсальный закон, шероховатость.

.....

N.N. Golunov<sup>1</sup>, e-mail: golunov.n@gubkin.ru

<sup>1</sup> National University of Oil and Gas "Gubkin University" (Moscow, Russia).

## Hydrodynamic Justification of the Use of the Karman's Theory for the Calculation of Hydraulic Resistance of Pipelines with Rough Walls in the Presence of Drug Reducing Agents

The article presents clarification of the T. Karman generalized theory of turbulence for rugosity cases of the pipeline internal surfaces. The distinction of the given theory from many different semi-empirical theories of turbulence is that it allows for boundary conditions on the walls of a pipeline or any other channel in which liquid flows. This factor is of key importance when anti-turbulent additives are introduced into the liquid flow. These additives changing no liquid properties effect the turbulent flow-walls interrelationship conditions limiting liquid flow. The way rugosity of the pipeline walls is taken into account when liquid flows free of an anti-turbulent additive, as well as types of changes necessary to be entered into the model and in design formulas to consider the presence of such additive are shown. The results gained are particularly important for extrapolation to industrial pipelines of data obtained in testing of anti-turbulent additives on experimental stands and compact laboratory devices.

Keywords: pipeline, turbulent flow, hydraulic resistance, drug reducing agent, phenomenological T. Karman's theory, universal law of resistance, roughness

Малые противотурбулентные добавки в нефти или нефтепродукте оказывают существенное воздействие на структуру турбулентного течения жидкости

в трубопроводе, изменяя его гидравлические характеристики. Известно, что само турбулентное течение жидкости определяется в основном физическими

процессами, происходящими на внутренней поверхности трубопровода, прежде всего интенсивностью генерации вихрей выступами шероховатости

внутренней поверхности. Эти вихри постоянно срываются с поверхности трубы и «выстреливают» в ядро потока, определяя его турбулентную структуру [1].

Согласно взглядам большинства современных исследователей, высокомолекулярные противотурбулентные добавки, внесенные в жидкость даже в весьма малых количествах, уменьшают выброс вихрей в ядро течения, снижая тем самым гидравлическое сопротивление течению жидкости в трубопроводе. Как бы то ни было, практически все исследователи едины во мнении, что полимеры, первоначально свернутые в компактные структуры, в турбулентном потоке разворачиваются, образуя длинные цепи, препятствующие проникновению вихрей в ядро потока. Принято считать, что основное действие противотурбулентных добавок оказывают на турбулентное течение вблизи внутренней поверхности трубопровода. Не останавливаясь подробно на физико-химических механизмах этого воздействия, можно утверждать, что малые противотурбулентные добавки изменяют краевые условия на границе течения, т. е. условия взаимодействия турбулентного течения с ограничивающими его жесткими поверхностями. Этот вывод особенно важен для тестирования гидравлической эффективности конкретных противотурбулентных добавок на лабораторных установках и экспериментальных стендах. Дело в том, что многие лабораторные приборы, с помощью которых исследуются свойства противотурбулентных добавок, например всевозможные ротационные приборы, в том числе с вращающимися дисками, не обеспечивают условий подобия турбулентных течений в приборе и трубопроводе. Поэтому результаты, полученные на таких приборах, могут не совпадать с аналогичными результатами в реальных трубопроводах. Но даже стенды, воспроизводящие реальные трубопроводы в уменьшенном размере, не позволяют однозначно

предложить расчетные формулы для определения коэффициента гидравлического сопротивления в промышленных трубопроводах. Например, большинство широко известных и многократно апробированных формул для расчета коэффициента гидравлического сопротивления содержат эмпирические коэффициенты. При внесении в жидкость противотурбулентных добавок изменяются не только эти коэффициенты, но и структура расчетных формул, поэтому априори неизвестно, какие именно коэффициенты должны быть изменены и как изменятся сами расчетные формулы. Выход из создавшегося положения состоит в выявлении изменений некоторых универсальных характеристик турбулентного течения, прежде всего условий взаимодействия турбулентного потока с жесткими поверхностями канала, по которому течет эта жидкость. В качестве основного рабочего постулата используется тезис, что эти условия не зависят от того, внутренняя ли это поверхность трубопровода или поверхность стенок измерительного прибора. Выявив изменение таких условий под воздействием той или иной противотурбулентной добавки, можно использовать их в дальнейшем для расчета гидравлического сопротивления жидкости с добавкой в трубопроводе [2, 3].

### ЦЕЛЬ ИССЛЕДОВАНИЯ

Наиболее подходящей основой для реализации сформулированного тезиса может служить известная полуэмпирическая теория Кармана сдвиговой турбулентности [4], в соответствии с которой создана реологическая модель сдвиговой турбулентности, причем задача расчета профиля  $u = u(r)$  осредненных скоростей сведена к решению дифференциального уравнения в области  $0 \leq r \leq R_0$ , где  $R_0$  – радиус трубопровода, мм;  $r$  – радиальная координата, со специфическим краевым условием на внутренней поверхности ( $r = R_0$ ) трубопровода (внутренней поверхности трубопровода).

Одно из таких условий – это условие  $\frac{du}{dr} \rightarrow -\infty$  при  $r \rightarrow R_0$ , т. е. профиль осредненных скоростей согласно теории Кармана имеет на внутренней поверхности трубопровода бесконечно большую производную (крутизну). В такой постановке вопроса профиль осредненных скоростей очень хорошо совпадает с экспериментально измеренным логарифмическим. Однако при этом автоматически исключается хорошо проверенное условие  $u(R_0) = 0$  «прилипания», в соответствии с которым скорость течения на внутренней поверхности трубопровода равна 0. В 1984 г. М.В. Лурье и Н.А. Подоба дали способ устранения этого противоречия [5], предложив заменить искусственное краевое условие Кармана системой двух краевых условий: условия «прилипания» и условия, отражающего взаимодействие турбулентного течения с ограничивающей его жесткой поверхностью. Именно уточнение этого условия в случае трубопровода с шероховатой поверхностью составляет предмет настоящего исследования.

### МОДИФИЦИРОВАННАЯ МОДЕЛЬ ТЕОРИИ КАРМАНА

Для моделирования турбулентного течения в трубопроводе можно использовать феноменологическую теорию Кармана [4], в которой распределение  $u(r)$  осредненных скоростей в турбулентном течении жидкости в трубопроводе удовлетворяет дифференциальному уравнению:

$$\frac{1}{\rho} \tau(r) = \kappa^2 \frac{\left| \frac{du}{dr} \right|^3}{\left| \frac{d^2u}{dr^2} \right|^2} \frac{du}{dr} = -u_*^2 \frac{r}{R_0}, \quad (1)$$

где  $\tau(r)$  – касательное напряжение, Па;  $r$  – радиальная координата;  $\rho$  – плотность жидкости, кг/м<sup>3</sup>;  $\kappa$  – константа Кармана, равная  $\approx 0,4$ ;  $\tau_w$  – касательное напряжение на внутренней поверхности трубопровода, Па, т. е. при  $r = R_0$ , причем  $R_0$  – радиус трубопровода, мм;  $u_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$  – динамическая скорость, м/с.

Для цитирования (for citation):

Голунов Н.Н. Гидродинамическое обоснование использования теории Кармана для расчета гидравлического сопротивления шероховатых трубопроводов в присутствии противотурбулентных добавок // Территория «НЕФТЕГАЗ». 2018. № 10. С. 64–68.

Golunov N.N. Hydrodynamic Justification of the Use of the Karman's Theory for the Calculation of Hydraulic Resistance of Pipelines with Rough Walls in the Presence of Drag Reducing Agents. Territorija «NEFTEGAS» = Oil and Gas Territory, 2018, No. 10, P. 64–68. (In Russ.)

Таблица 1. Значения коэффициента  $\lambda(Re, \varepsilon)$  гидравлического сопротивления из графиков И. Никурадзе  
 Table 1. Values of coefficient of resistance  $\lambda(Re, \varepsilon)$  from the I. Nikuradze graphs

Число Рейнольдса Re Reynolds number Re	Коэффициент $\lambda(Re, \varepsilon)$ гидравлического сопротивления Coefficient of hydraulic resistance $\lambda(Re, \varepsilon)$				
	$\varepsilon = 1/61,2$	$\varepsilon = 1/120$	$\varepsilon = 1/252$	$\varepsilon = 1/504$	$\varepsilon = 1/1014$
3980	0,0398	0,0398	0,0398	0,0398	0,0398
6310	0,0380	0,0355	0,0355	0,0355	0,0355
10 000	0,0398	0,0316	0,0316	0,0316	0,0316
15 850	0,0407	0,0302	0,0282	0,0282	0,0282
25 120	0,0437	0,0309	0,0263	0,0251	0,0251
39 810	0,0447	0,0339	0,0251	0,0229	0,0224
63 100	0,0501	0,0347	0,0253	0,0214	0,0200
100 000	0,0631	0,0355	0,0269	0,0209	0,0186
158 500	0,0631	0,0355	0,0282	0,0224	0,0182

Решение уравнения (1) имеет вид:

$$u(r) = \frac{u_*}{\kappa} \left[ \sqrt{\frac{r}{R_0}} + C_1 + C_2 \ln \left| \sqrt{\frac{r}{R_0}} - C_2 \right| \right], \quad (2)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  – постоянные интегрирования. Для определения этих постоянных нужно использовать краевые условия, т. е. условия на внутренней поверхности трубопровода [6].

Первое из этих условий – традиционное условие «прилипания», согласно которому:

$$u_x(R_0) = 0, \quad (3)$$

т. е. скорость жидкости на внутренней поверхности трубопровода равна 0. Второе краевое условие получается на основе теории размерности и некоторых дополнительных допущений общего характера [4, 6] и имеет вид:

$$\nu \frac{du}{dy} \Big|_w = \frac{k_1 u_*^2}{1 + f\left(\Delta \cdot \frac{u_*}{\nu}\right)} \quad (4)$$

где  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости жидкости,  $m^2/c$ ;  $\Delta$  – абсолютная эквивалентная шероховатость внутренней поверхности трубопровода, мм;  $k_1$  – константа;  $f\left(\Delta \cdot \frac{u_*}{\nu}\right)$  – функция, отражающая влияние шероховатости и определяемая экспериментально путем сопоставления с известными графиками И. Никурадзе [4]. Особо следует подчеркнуть, что константа  $k_1$  и функция  $f\left(\Delta \cdot \frac{u_*}{\nu}\right)$  являются инвариантными характеристиками турбулентного течения жидкости, отражающими физику взаимодействия турбулентного потока

с ограничивающими его жесткими поверхностями, в том числе внутренней поверхностью трубопровода. С учетом краевых условий (3) и (4) профиль  $u(r)$  осредненных скоростей турбулентного течения приобретает вид:

$$u(r) = \frac{u_*}{\kappa} \left[ \sqrt{\frac{r}{R_0}} + 1 + \ln \left| \frac{\sqrt{\frac{r}{R_0}} - C_2}{1 - C_2} \right| \right],$$

где  $C_2 = \frac{1 + f\left(\Delta \cdot \frac{u_*}{\nu}\right)}{\kappa k_1 \cdot \frac{u_* 2R_0}{\nu}}. \quad (5)$

Принимая во внимание известные формулы гидравлики:

$$\frac{\pi d^2}{4} \Delta p = \pi d \cdot \tau_w, \quad \Delta p = \lambda \frac{\Delta x}{d} \frac{\rho U^2}{2}, \quad \tau_w = \rho u_*^2,$$

где  $d = 2R_0$  – внутренний диаметр трубопровода, мм, находим, что  $\frac{u_*}{U} = \sqrt{\frac{\lambda}{8}}$ . Умножив обе части уравнения (5) на  $2\pi r$  и интегрируя по радиусу от 0 до  $R_0$  получим универсальное уравнение сопротивления, а фактически уравнение для нахождения коэффициента  $\lambda(Re, \varepsilon)$  гидравлического сопротивления:

$$\sqrt{\frac{8}{\lambda}} = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln \left[ \frac{\kappa k_1 \text{Re} \sqrt{\lambda}}{1 + f\left(\varepsilon \text{Re} \sqrt{\frac{\lambda}{8}}\right)} \right] - \frac{137}{60}. \quad (6)$$

Здесь учтено также, что  $U \cdot \frac{\pi d^2}{4}$  – расход жидкости в трубе,  $m^3/c$ ; число Рейнольдса  $Re = \frac{Ud}{\nu}$ ;  $\varepsilon = \frac{\Delta}{d}$ . Если предположить, что  $\kappa = 0,4$ ;  $k_1 = 28$ , и пренебречь шероховатостью  $\varepsilon$  внутренних поверхностей трубопровода, то  $f(0) \equiv 0$ , и уравнение (6) переходит

в хорошо известное и апробированное уравнение для определения коэффициента  $\lambda$  в «гидравлически гладких» трубах:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 0,88 \cdot \ln(\text{Re} \sqrt{\lambda}) - 0,8, \quad (7)$$

явная аппроксимация решений которого дается формулой  $\lambda = \frac{0,3164}{\text{Re}^{0,25}}$  Блазиуса [4]. В общем случае при отличной от нуля шероховатости уравнение (6) имеет вид:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 0,88 \cdot \ln \left( \frac{\text{Re} \sqrt{\lambda}}{1 + f\left(\varepsilon \text{Re} \sqrt{\frac{\lambda}{8}}\right)} \right) - 0,8. \quad (8)$$

### ПОСТРОЕНИЕ ФУНКЦИИ ШЕРОХОВАТОСТИ

Из уравнения (8) функция  $f\left(\varepsilon \text{Re} \sqrt{\frac{\lambda}{8}}\right)$ , учитывающая шероховатость внутренней поверхности трубопровода, находится по формуле:

$$f\left(\varepsilon \text{Re} \sqrt{\frac{\lambda}{8}}\right) = \frac{1}{\text{Re} \sqrt{\lambda}} \exp \frac{1 + 0,8 \sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}}. \quad (9)$$

Чтобы построить эту функцию, достаточно взять значения  $Re$ ,  $\varepsilon$  и коэффициента  $\lambda(Re, \varepsilon)$  гидравлического сопротивления из классических графиков И. Никурадзе [4]. Данные, полученные из этих графиков, приведены в табл. 1. Подставляя значения  $(Re, \varepsilon, \lambda)$  из этой таблицы в формулу (9), вычисляем сначала аргумент  $X \equiv \varepsilon \text{Re} \sqrt{\frac{\lambda}{8}}$ , а затем и саму функцию  $Y = f(X)$ . В результате расчетов имеем множество точек  $(X, Y)$ , которые должны лежать на графике искомой функции (рис. 1).

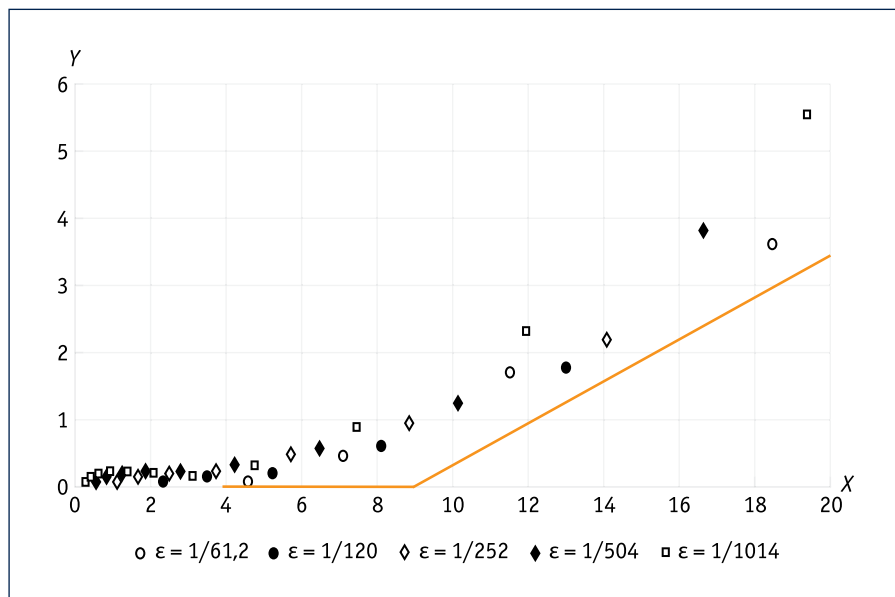


Рис. 1. Значения функции  $Y=f(x)$  ( $x = \varepsilon \text{Re} \sqrt{\frac{\lambda}{8}}$ ), найденные путем обработки графиков И. Никурадзе с помощью формулы (10)

Fig. 1. Values of the function  $Y=f(x)$  ( $x = \varepsilon \text{Re} \sqrt{\frac{\lambda}{8}}$ ), found by processing of I. Nikuradze graphs using the formula (10)

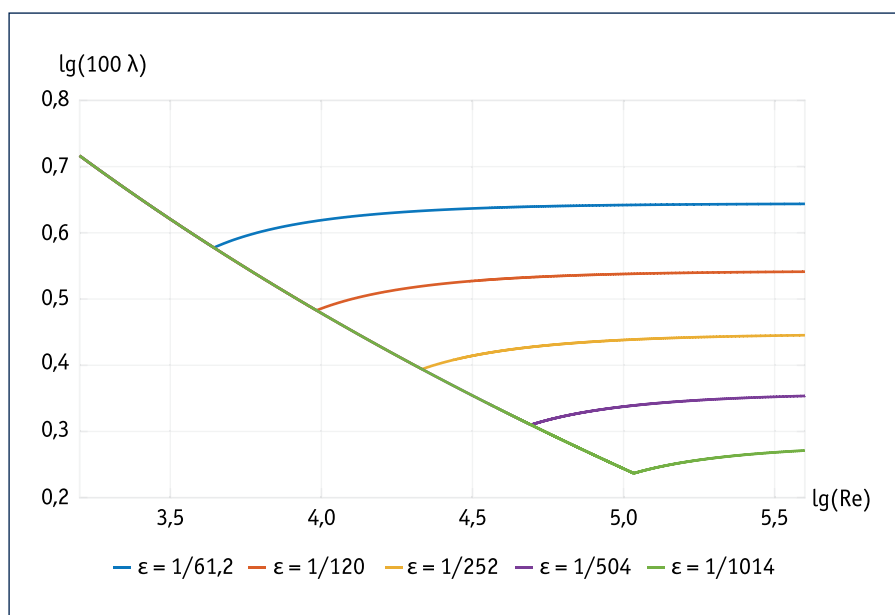


Рис. 2. Зависимости  $\lambda$  от  $\text{Re}$  и  $\varepsilon$ , построенные на основе уравнения (9) с функцией (11)

Fig. 2. Functional dependences  $\lambda$  from  $\text{Re}$  and  $\varepsilon$ , built on the basis of the equation (9) with the function (11)

Из рис. 1 видно, что до определенного значения аргумента  $X_c \approx 4,9-5,0$  значения  $Y$  крайне малы, а при  $X > X_c$  увеличиваются практически линейно. Очевидно, что случай, в котором  $f(\varepsilon \text{Re} \sqrt{\frac{\lambda}{8}}) \approx 0$  соответствует «гидравлически гладким» трубам, для которых справедливо уравнение (7), т. е. коэффициент  $\lambda$  гидравлического сопротивления

практически не зависит от шероховатости внутренней поверхности трубопровода, а определяется только числом  $\text{Re}$  течения, и может быть представлен в явном виде формулой Блазиуса.

В случае  $X \equiv \varepsilon \text{Re} \sqrt{\frac{\lambda}{8}} > X_c$  функция  $Y \equiv \varepsilon \text{Re} \sqrt{\frac{\lambda}{8}} > 0$ , т. е. пренебрегать шероховатостью нельзя. В этом случае  $\lambda = \lambda(\text{Re}, \varepsilon)$ , и для вычисления этого

коэффициента следует использовать уравнение (8), в котором функцию  $f(\varepsilon \text{Re} \sqrt{\frac{\lambda}{8}})$  приближенно можно представить в виде кусочно-линейной аппроксимации:

$$Y = f(X) = \begin{cases} \approx 0, & \text{если } \varepsilon \text{Re} \sqrt{\frac{\lambda}{8}} \leq 4,95; \\ 0,11 \left( \varepsilon \text{Re} \sqrt{\frac{\lambda}{8}} - 4,95 \right), & \text{если } \varepsilon \text{Re} \sqrt{\frac{\lambda}{8}} > 4,95 \end{cases}$$

или

$$f\left(\underbrace{\varepsilon \text{Re} \sqrt{\frac{\lambda}{8}}}_X\right) = \begin{cases} \approx 0, & \text{если } \varepsilon \text{Re} \sqrt{\lambda} \leq 14; \\ 0,11(\varepsilon \text{Re} \sqrt{\lambda} - 14), & \text{если } \varepsilon \text{Re} \sqrt{\lambda} > 14. \end{cases} \quad (10)$$

Решив уравнения (8) с функцией (10),

можем определить зависимость  $\lg(100\lambda)$  от  $\lg \text{Re}$  при различных значениях относительной шероховатости  $\varepsilon$  ( $0,0163 \leq \varepsilon \leq 0,00099$ ). Эти зависимости, качественно и количественно отражающие результаты, полученные И. Никурадзе [4], представлены на рис. 2. Из графиков видно, что для каждого значения относительной шероховатости можно указать такое значение числа Рейнольдса  $\text{Re}$ , при котором необходимо учитывать влияние шероховатости на коэффициент гидравлического сопротивления. При увеличении числа Рейнольдса коэффициент гидравлического сопротивления перестает изменяться, т. е. течение входит в так называемый режим квадратичного трения. При  $\text{Re} \rightarrow \infty$  выполняется неравенство  $\varepsilon \text{Re} \sqrt{\lambda} \gg 14$ , поэтому из уравнения (8) следует предельное соотношение:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 0,88 \cdot \ln \frac{1}{0,11 \cdot \varepsilon} - 0,8, \quad (11)$$

т. е.  $\lambda$  перестает зависеть от числа Рейнольдса  $\text{Re}$ :

$\lambda = (0,88 \ln \frac{1}{\varepsilon} + 1,142)^{-2}$ , что также хорошо согласуется с известными данными [4].

### ОБОБЩЕНИЕ НА ТЕЧЕНИЕ С ПРОТИВОТУРБУЛЕНТНОЙ ДОБАВКОЙ

Поскольку противотурбулентная добавка изменяет характер взаимодействия турбулентного потока с ограничивающими его стенками, эффект присутствия добавки должен проявиться в изменении инвариантных параметров

Таблица 2. Значения функций объемной концентрации  $k_1(\theta)$  и  $k_2(\theta)$   
 Table 2. Values of volume concentration functions  $k_1(\theta)$  and  $k_2(\theta)$

$\theta$ , ppm	0	4	10	18
$k_1(\theta)$	28,0	76,0	390,0	1830,0
$k_2(\theta)$	0,11	0,48	0,95	4,35

$k_1$  и  $f(X)$ . При использовании добавки эти параметры становятся функциями объемной концентрации  $\theta$ , т. е.  $k_1 = k_1(\theta)$  и  $f = f(X, \theta)$ .

Так, например, после обработки промышленных экспериментов А.В. Черникина и В.А. Черникина [7] для финской добавки Nescad-447 показано, что коэффициент  $k_1 = k_1(\theta)$  значительно увеличивается от своего первоначального значения  $k_1(0) = 28$  (табл. 2).

В этом случае решение уравнения (8) дает значения коэффициента  $\lambda$  гидравлического сопротивления значительно меньшие, чем в отсутствие добавки.

Однако при внесении в поток жидкости противотурбулентной добавки изменяется также и функция  $f = f(X, \theta)$ . Поскольку точных данных об использовании таких добавок в трубопроводах с разной шероховатостью мало, достоверно можно утверждать лишь

одно: при больших значениях относительной шероховатости  $\varepsilon$  увеличивается также угловой коэффициент  $k_2(\theta)$  асимптоты функции  $f = f(X, \theta)$  (табл. 2). Из этого утверждения следует, что при больших шероховатостях внутренней поверхности трубопровода эффект действия противотурбулентных добавок уменьшается, причем так же, как и в отсутствие добавок, эффект снижения гидравлического сопротивления зависит только от концентрации добавки и не зависит от режима течения, т. е. от числа Рейнольдса.

Вопрос о том, в большую или меньшую сторону меняется значение  $X = \varepsilon \text{Re} \sqrt{\lambda}$  при котором можно считать, что  $f = f(X, \theta) = 0$ , остается открытым.

### ВЫВОДЫ

Показано, что коэффициент гидравлического сопротивления жидкости

при течении в трубопроводе можно находить на основе универсального уравнения сопротивления, в котором использована функция, учитывающая влияние шероховатости внутренней поверхности трубопровода. Путем сопоставления результатов использования этого уравнения с графиками И. Никурадзе установлен вид этой функции. Поскольку универсальное уравнение строится на базе теории, позволяющей учесть условия на границе турбулентного течения и ограничивающих его стенок, появляется возможность выявить, как изменяются эти условия при внесении в поток противотурбулентных добавок.

Измеренные в опытах инвариантные коэффициенты, входящие в краевые условия, позволяют экстраполировать результаты тестирования противотурбулентных добавок, полученные на экспериментальных стендах и лабораторных установках, на промышленные трубопроводы.

*Автор благодарит проф. М.В. Лурье за научное обсуждение результатов, а также М.Н. Федосеева за выполненный расчет.*

### Литература:

- Бахтизин Р.Н., Гареев М.М., Лисин Ю.В. и др. Нанотехнологии для снижения гидравлического сопротивления трубопроводов. СПб.: Недра, 2018. 352 с.
- Голунов Н.Н., Лурье М.В. Использование результатов стендовых испытаний малых противотурбулентных добавок для гидравлических расчетов промышленных трубопроводов // Наука и технологии трубопроводного транспорта нефти и нефтепродуктов. 2016. № 4 (24). С. 32–37.
- Голунов Н.Н., Лурье М.В. Интерпретация результатов тестирования малых противотурбулентных добавок в ротационных приборах // Территория «НЕФТЕГАЗ». 2018. № 6. С. 92–97.
- Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. 6-е изд., перераб. и доп. М.: Наука, 1987. 840 с.
- Лурье М.В., Подоба Н.А. Модификация теории Кармана для расчета сдвиговой турбулентности // Доклады Академии наук СССР. 1984. Т. 279. № 3. С. 570–575.
- Лурье М.В. Теоретические основы трубопроводного транспорта нефти, нефтепродуктов и газа. М.: ООО Изд. дом «Недра», 2017. 476 с.
- Черникин В.А., Черникин А.В. Обобщенная формула для расчета коэффициента гидравлического сопротивления магистральных трубопроводов для светлых нефтепродуктов и маловязких нефтей // Наука и технологии трубопроводного транспорта нефти и нефтепродуктов. 2012. № 4 (8). С. 64–66.

### References:

- Bakhtizin R.N., Gareev M.M., Lisin Yu.V., et al. Nanotechnology for Lowering the Hydraulic Resistance of Pipelines. Saint Petersburg, Nedra, 2018, 352 p. (In Russian)
- Lurie M.V., Golunov N.N. Application of Bench Test Results of Small Antiturbulent Additives for Industrial Pipeline Hydraulic Analysis. Nauka i tekhnologii truboprovodnogo transporta nefi i nefteproduktov = Science & Technologies: Oil and Oil Products Pipeline Transportation, 2016, No. 4 (24). P. 32–37. (In Russian)
- Golunov N.N., Lurie M.V. Interpretation of Test Results of Drag Reducing Agents in Rotational Measurers. Territorija «NEFTEGAS» = Oil and Gas Territory, 2018, No. 6, P. 92–97. (In Russian)
- Loitsyanskiy L.G. Fluid Mechanics. 6d ed., revised and enlarged. Moscow, Nauka, 1987, 840 p. (In Russian)
- Lurie M.V., Podoba N.A. Modification of Karman Theory to Design Shearing Turbulence. Doklady Akademii nauk SSSR = Papers of the USSR Academy of Sciences, 1984, Vol. 279, No. 3, P. 570–575. (In Russian)
- Lurie M.V. Fundamentals of Pipeline Transportation of Oil, Its Products and Gas. Moscow, Publishing House "Nedra", 2017, 476 p. (In Russian)
- Chernikin V.A., Chernikin A.V. Generalized Formula for Calculating the Friction Factor of Pipelines for Light Oil Products and Lowviscosity Oils. Nauka i tekhnologii truboprovodnogo transporta nefi i nefteproduktov = Science & Technologies: Oil and Oil Products Pipeline Transportation, 2012, No. 4 (8), P. 64–66. (In Russian)