

УДК 622.691.4

Н.Н. Голунов¹, e-mail: golunov.n@gubkin.ru; М.В. Лурье¹, e-mail: lurie.m@gubkin.ru

¹ Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский государственный университет нефти и газа (Национальный исследовательский университет) имени И.М. Губкина» (Москва, Россия).

Выбор оптимального режима эксплуатации технологического участка нефтепровода с применением карт режимов работы

В статье рассмотрен вопрос о выборе оптимального из числа допустимых режимов эксплуатации технологического участка нефтепровода, то есть участка нефтепровода с промежуточными насосными станциями, в течение заданного промежутка времени. Под термином «допустимые» понимаются гидравлически допустимые режимы перекачки, которые реализуются на рассматриваемом участке нефтепровода при различных сочетаниях работающих и неработающих насосов. Оптимальными считаются режимы, обеспечивающие безусловное выполнение плана поставки нефти и минимальную стоимость потребляемой электрической энергии с учетом продолжительности работы насосов в дневное и ночное время. Показано, что в общем случае такая задача сводится к хорошо известной задаче линейного программирования, решаемой стандартным симплекс-методом. Приведен иллюстративный пример, разъясняющий постановку задачи и допускающий аналитическое решение с наглядной геометрической интерпретацией. Результаты работы направлены на решение задачи энергосбережения за счет выбора оптимального режима эксплуатации нефтепровода в ходе оперативного планирования.

Ключевые слова: нефтепровод, технологический участок, гидравлический режим, карта режимов, затраты электроэнергии, энергосбережение, оптимизация, дневное и ночное время, линейное программирование, симплекс-метод.

.....

Н.Н. Голунов¹, e-mail: golunov.n@gubkin.ru; М.В. Лурье¹, e-mail: lurie.m@gubkin.ru

¹ Federal State Autonomous Educational Institution for Higher Education "Gubkin Russian State University of Oil and Gas (National Research University)" (Moscow, Russia).

Choosing of Optimal Operating Mode of a Technological Section of a Trunk Pipeline with Cards of Pipelines Operating Modes

The article deals with the question of choosing the optimal operating mode among many acceptable operation modes of a technological section of a trunk pipeline. By the term "technological section", we imply a section of a pipeline including intermediate pumping stations, while the term "acceptable mode" refers to all possible operating modes of a pipeline with various combinations of operating and non-operating pumps. The optimal mode is considered to be the mode (or modes) that ensures unconditional fulfillment of the oil supply plan and minimizes costs of consumed electrical energy while taking into account changing costs of a unit of consumed energy during day and night times. It is shown that in the general case the problem considered reduces to a well-known linear programming problem that can be solved by the simplex method. We provide an illustrated example that helps explaining a formulation of a problem and allowing for an analytical solution with a descriptive geometric interpretation. The results of the work are intended to solve an important problem of energy savings by choosing the optimal mode of pipeline operation at the stage of project planning.

Keywords: oil pipeline, technological section, hydraulic regime, card of regimes, electric power consumption, energy saving, optimization, day and night time, linear programming, simplex-method.

Технологический участок нефтепровода, т. е. участок трубопровода с промежуточными нефтеперекачивающими станциями (НПС), работающими в режиме «из насоса – в насос», допускает множество гидравлических режимов

работы в зависимости от сочетания включенных и отключенных насосов. Допустимыми являются режимы, в которых давление во всех сечениях нефтепровода не превышает ограничений по несущей способности, но при этом не

опускается ниже минимальных допустимых значений, определяемых условиями бескавитационной работы насосов НПС. В ряде случаев дополнительно требуется, чтобы давления в трубопроводе исключали возникновение самотечных

участков на отдельных перегонах между станциями.

Множество допустимых режимов работы технологического участка нефтепровода отличается расходами перекачки $\{Q_1 = Q_{\min}, Q_2, Q_3, \dots, Q_{m-1}, Q_m = Q_{\max}\}$, м³/ч, хотя при этом не исключено, что разным сочетаниям работающих и неработающих насосов могут отвечать одинаковые или весьма близкие расходы. Кроме того, в каждом из допустимых режимов перекачки существуют свои собственные давления всасывания $p_{k_в}$, МПа, и нагнетания $p_{k_н}$, МПа, на каждой из НПС, а следовательно, собственные дифференциальные напоры $\Delta H_k = (p_{k_н} - p_{k_в})/\rho g$ и коэффициенты полезного действия $\eta(Q_k)$. Отсюда вытекает, что каждый из допустимых режимов работы технологического участка характеризуется определенными затратами электроэнергии на поддержание заданного режима. Иными словами, каждому из допустимых режимов перекачки соответствуют определенные мощности $\{N_1, N_2, \dots, N_m\}$ нефтеперекачивающих станций, причем:

$$N_k = \frac{\rho g Q_k \Delta H_k}{\eta_k(Q_k)}, k = 1, 2, \dots, m,$$

где ρ – плотность перекачиваемой нефти, кг/м³; $g = 9,81$ м/с² – ускорение свободного падения.

Практика эксплуатации нефтепроводов породила необходимость составления так называемых карт режимов работы технологических участков, в которых допустимые режимы рассчитываются заранее. Для выполнения плана поставок за заданный период времени T , ч, требуется выбрать один из режимов, обеспечивающих оптимальное решение этой задачи. Очевидно, что какое бы сочетание работающих и неработающих насосов ни использовалось, общий объем нефти V , м³, перекачанной за время T , ч, удовлетворяет неравенствам $Q_{\min} T \leq V \leq Q_{\max} T$, т. е. нельзя перекачать больше, чем при выборе максимального расхода, и нельзя перекачать меньше, чем при выборе расхода минимально-

го, поэтому средний плановый расход $q = V/T$ должен удовлетворять неравенствам $Q_{\min} \leq q \leq Q_{\max}$. Однако допустимые расходы перекачки образуют дискретное множество значений, отвечающих тому или иному сочетанию работающих насосов, поэтому в большинстве случаев не существует варианта включения насосов, которое обеспечило бы средний расход q . Возникает вопрос, какие варианты включения насосов следует использовать для выполнения плана и в течение какого интервала времени. При этом следует иметь в виду, что каждый вариант сопряжен с собственными затратами электроэнергии, причем в зависимости от времени суток эти затраты имеют разное стоимостное выражение. В некоторых работах, например в [1], исследуются способы, позволяющие минимизировать мощность, расходуемую на перекачку нефти при поддержании расхода перекачки в течение всего периода времени на постоянном уровне, равном среднему значению q . Иными словами, априори полагается, что перекачка нефти должна вестись с фиксированным средним расходом $q = V/T$. Поскольку соответствующего варианта в карте режимов может и не быть, для поддержания требуемого режима следует применять регулирование. В качестве методов регулирования авторы рассматривают оптимальное распределение напоров по НПС, применение противотурбулентных присадок, дросселирование излишнего напора, частичный перепуск жидкости через НПС и т. п. Однако исходное положение работы [1] о том, что оптимальную перекачку следует осуществлять при фиксированном расходе, по мнению авторов данной статьи, не очевидно и даже ошибочно. Выбор оптимального варианта не должен предполагать постоянство расхода перекачки и не должен подразумевать какую-либо специальную технологию регулирования, использование которой всегда связано с дополнительными затратами, причем изначально неочевидными и необоснованными. Оптимальный

вариант перекачки может состоять из комбинации нескольких последовательно чередующихся режимов, входящих в карту режимов эксплуатации. Конечно, во многих случаях опыт работников эксплуатационных служб позволяет выбирать варианты, оптимальные или весьма близкие к оптимальным, однако при наличии большого числа возможных режимов интуитивный выбор не очевиден и нуждается в обосновании с применением стандартного алгоритма принятия решений. Вариант такого алгоритма предлагается в настоящей статье.

ФОРМУЛИРОВКА ПРОБЛЕМЫ

Рассмотрим технологический участок нефтепровода, состоящий из последовательно соединенных НПС, на каждой из которых установлено несколько насосов, обладающих в общем случае одинаковыми или отличающимися гидравлическими характеристиками $(Q - H)$, $(Q - \eta)$ и $(Q - h_{кав})$, где $h_{кав}$ – кавитационный запас, м. Каждой конфигурации работающих и неработающих насосов отвечает тот или иной гидравлический режим, параметры которого можно рассчитать, на основе универсального итерационного алгоритма, изложенного в ряде работ (например [2]). Этот алгоритм допускает произвольное число НПС на участке рассматриваемого нефтепровода, причем обладающих насосами с произвольными характеристиками $(Q - H)$, $(Q - \eta)$ и $(Q - h_{кав})$, переменность внутреннего диаметра трубопровода по длине участка, наличие лупингов и отводов и т. п. В результате расчета с учетом отбраковки недопустимых вариантов получается набор расходов Q_k , дифференциальных напоров ΔH_k и мощностей N_k , которые возможно реализовать на рассматриваемом участке нефтепровода.

Обозначим расходы перекачки в порядке возрастания от начала к концу $\{Q_1 = Q_{\min}, Q_2, Q_3, \dots, Q_{m-1}, Q_m = Q_{\max}\}$. Будем считать также, что задан план перекачки V , м³, причем $Q_{\min} T \leq V \leq Q_{\max} T$, т. е. задан средний расход $q = V/T$ перекачки, причем

Ссылка для цитирования (for citation):

Голунов Н.Н., Лурье М.В. Выбор оптимального режима эксплуатации технологического участка нефтепровода с применением карт режимов работы // Территория «НЕФТЕГАЗ». 2018. № 12. С. 76–80.

Golunov N.N., Lurie M.V. Choosing of Optimal Operating Mode of a Technological Section of a Trunk Pipeline with Cards of Pipelines Operating Modes. Territorija "NEFTEGAS" = Oil and Gas Territory, 2018, No. 12, P. 76–80. (In Russian)

$Q_{\min} \leq q \leq Q_{\max}$. Переменными $t_1, t_1', t_2, t_2', \dots, t_{m-1}, t_{m-1}', t_m, t_m'$ обозначим продолжительность работы участка нефтепровода соответственно в каждом из допустимых режимов, причем величина этих показателей заранее неизвестна и подлежит определению. Отметим, что t_k обозначает продолжительность работы в k -м режиме в дневное время, ч, а t_k' – продолжительность работы в k -м режиме в ночное время, ч. При таких обозначения очевидны следующие условия:

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{k=m} (t_k + t_k') = T, \\ \sum_{k=1}^{k=m} Q_k (t_k + t_k') = V. \end{cases} \quad (1)$$

Первое из условий означает, что время работы участка должно быть равно заданному интервалу T , ч. Второе – за это время должен быть перекачан объем нефти V , м³. К этим уравнениям следует добавить естественные неравенства $t_k \geq 0; t_k' \geq 0; \sum_{k=1}^{k=m} t_k \leq T_{\text{дн}}; \sum_{k=1}^{k=m} t_k' \leq T_{\text{ночн}}$ где $T_{\text{дн}}$ и $T_{\text{ночн}}$ – суммарные продолжительности соответственно дневных и ночных часов работы.

Стоимость электроэнергии \mathcal{E} , руб., затрачиваемой на выполнение плана перекачки, определяется выражением:

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= \sum_{k=1}^{k=m} \frac{\rho g Q_k \Delta H_k}{\eta_k(Q_k)} (K_{\text{дн}} t_k + K_{\text{ноч}} t_k') = \\ &= \sum_{k=1}^{k=m} (N_k K_{\text{дн}} t_k + N_k K_{\text{ноч}} t_k'), \end{aligned} \quad (2)$$

где $K_{\text{дн}}$ и $K_{\text{ноч}}$ – соответственно дневной и ночной тарифы на электроэнергию ($K_{\text{ноч}} < K_{\text{дн}}$), руб./ч.

Таким образом, проблему подбора оптимального режима работы участка можно сформулировать как задачу о нахождении продолжительностей t_k, t_k' работы участка в каждом из допустимых вариантов, чтобы стоимость электроэнергии \mathcal{E} , затрачиваемой на выполнение плана перекачки, была минимальной:

$$\mathcal{E} = \sum_{k=1}^{k=m} (N_k K_{\text{дн}} t_k + N_k K_{\text{ноч}} t_k') \Rightarrow \min.$$

Применительно к относительным величинам $\frac{t_k}{T} = \tau_k; \frac{t_k'}{T} = \tau_k'$ и $q = \frac{V}{T}$ мы имеем систему линейных уравнений и неравенств:

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{k=m} (\tau_k + \tau_k') = 1, \\ \sum_{k=1}^{k=m} Q_k (\tau_k + \tau_k') = q, \tau_k \geq 0, \tau_k' \geq 0, \\ \sum_{k=1}^m \tau_k \leq \frac{T_{\text{дн}}}{T}, \sum_{k=1}^m \tau_k' \leq \frac{T_{\text{ночн}}}{T}, \end{cases} \quad (3)$$

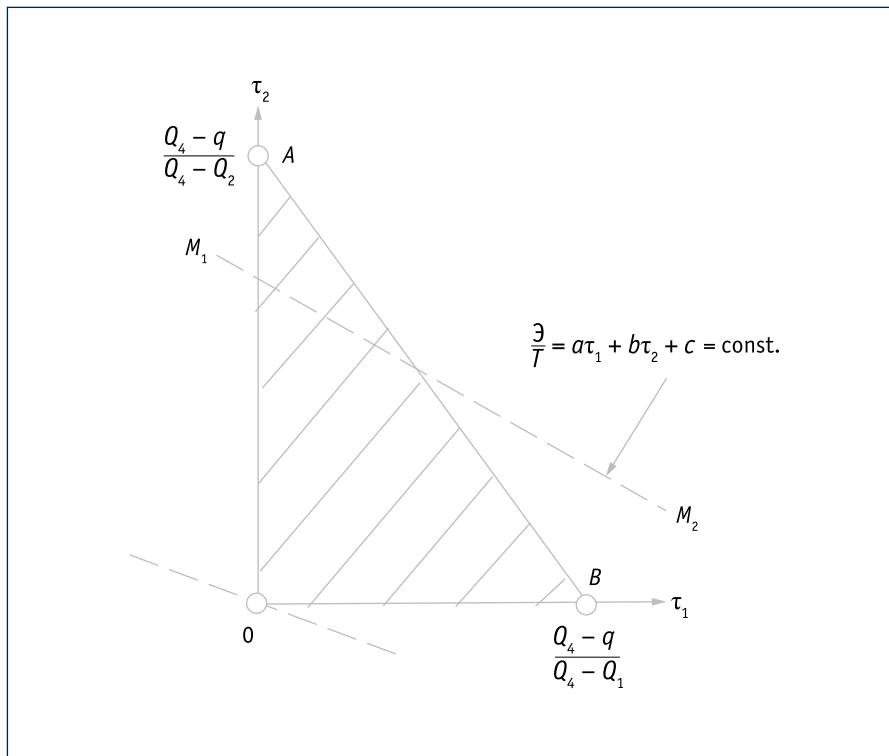


Рис. 1. Геометрическая интерпретация выбора оптимального режима для случая 1
Fig. 1. Geometric interpretation of the choosing the optimal mode for the case 1

для $2m$ неотрицательных неизвестных τ_k, τ_k' . Решение системы должно давать минимальное значение линейной функции:

$$\frac{\mathcal{E}}{T} = \sum_{k=1}^{k=m} (N_k K_{\text{дн}} \tau_k + N_k K_{\text{ноч}} \tau_k') \Rightarrow \min. \quad (4)$$

Таким образом, задача определения оптимального режима эксплуатации технологического участка нефтепровода (т. е. выяснения, какие режимы и на какое время должны быть задействованы для выполнения плана перекачки с минимальной стоимостью электрической энергии), решаемая с помощью формул (3–4), представляет собой классическую задачу линейного программирования. Ее решение находится известным симплекс-методом [3], причем программа для его реализации имеется практически в каждом пакете прикладных математических программ. В зависимости от значений среднего расхода $q = V/T$ ($Q_{\min} \leq q \leq Q_{\max}$) эта задача имеет различные решения, определяющие, какие именно сочетания насосов, когда и на какое время должны использоваться для наиболее экономного расхода электроэнергии.

ИЛЛЮСТРАТИВНЫЙ ПРИМЕР РАСЧЕТА

Рассмотрим в качестве примера технологический участок нефтепровода протяженностью 200 км с внутренним диаметром 530 мм (толщина стенки – 8 мм). Трубопровод состоит из двух участков по 100 км каждый, с головной и промежуточной НПС, оснащенными двумя насосами НМ 1250-260 каждая. Карта режимов состоит из четырех вариантов, так что перекачка нефти может вестись одним (1 + 0), двумя (1 + 1), тремя (2 + 1) и четырьмя (2 + 2) насосами. Соответственно, расходы перекачки в порядке возрастания составят:

$$\begin{aligned} Q_1 &= 615 \text{ м}^3/\text{ч}; Q_2 = 868 \text{ м}^3/\text{ч}; \\ Q_3 &= 1053 \text{ м}^3/\text{ч}; Q_4 = 1201 \text{ м}^3/\text{ч}. \end{aligned}$$

Следовательно, коэффициенты полезного действия НПС и их мощности при перекачке на этих расходах будут равны:

$$\begin{aligned} \eta_1 &= 0,700; \eta_2 = 0,750; \eta_3 = 0,850; \\ \eta_4 &= 0,870; \\ N_1 &= 0,632 \text{ МВт}; N_2 = 1,464 \text{ МВт}; \\ N_3 &= 2,467 \text{ МВт}; N_4 = 3,659 \text{ МВт}. \end{aligned}$$

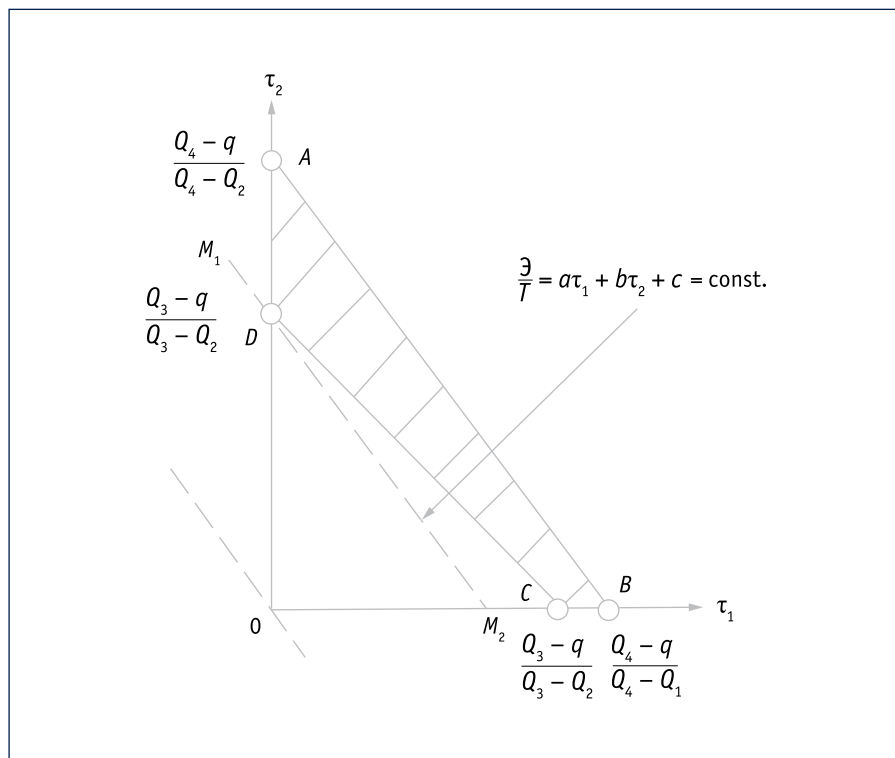


Рис. 2. Геометрическая интерпретация выбора оптимального режима для случая 2
Fig. 2. Geometric interpretation of the choosing the optimal mode for the case 2

Рассматриваются три плана поставок со средними расходами:

$$q_1 = 1100 \text{ м}^3/\text{ч}; q_2 = 900 \text{ м}^3/\text{ч}; q_3 = 800 \text{ м}^3/\text{ч}.$$

Задача состоит в том, чтобы для каждого плана поставок определить, какие варианты из карты режимов следует использовать и в течение какого времени, чтобы расход электроэнергии на выполнение плана оказался минимальным (разностью дневных и ночных тарифов на электроэнергию пренебрежем).

Уравнения систем (3) и (4) определяющих соотношений в данном случае имеют вид:

$$\begin{cases} \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 = 1; \\ Q_1\tau_1 + Q_2\tau_2 + Q_3\tau_3 + Q_4\tau_4 = q; \\ \tau_k = \frac{t_k}{T_{\text{дн}}} \geq 0; k = 1, 2, 3, 4; \end{cases}$$

$$\frac{\partial}{\partial T} = N_1\tau_1 + N_2\tau_2 + N_3\tau_3 + N_4\tau_4 \Rightarrow \min.$$

В полученной системе две переменные τ_1 и τ_2 можно считать независимыми неизвестными, а переменные τ_3 и τ_4 выразить через них:

$$\begin{cases} \tau_3 = \frac{Q_4 - q}{Q_4 - Q_3} - \frac{Q_4 - Q_1}{Q_4 - Q_3}\tau_1 - \frac{Q_4 - Q_2}{Q_4 - Q_3}\tau_2 \geq 0, \\ \tau_4 = \frac{q - Q_3}{Q_4 - Q_3} + \frac{Q_3 - Q_1}{Q_4 - Q_3}\tau_1 + \frac{Q_3 - Q_2}{Q_4 - Q_3}\tau_2 \geq 0. \end{cases} \quad (5)$$

Тогда задача состоит в том, чтобы найти такие неотрицательные значения τ_1 и τ_2 , чтобы затраты электрической энергии были минимальными:

$$\frac{\partial}{\partial T} = a\tau_1 + b\tau_2 + c \Rightarrow \min, \quad (6)$$

где:

$$\begin{aligned} a &= \frac{N_1(Q_4 - Q_3) - N_3(Q_4 - Q_1) + N_4(Q_3 - Q_1)}{Q_4 - Q_3}, \\ b &= \frac{N_2(Q_4 - Q_3) - N_3(Q_4 - Q_2) + N_4(Q_3 - Q_2)}{Q_4 - Q_3}, \\ c &= \frac{N_3(Q_4 - q) + N_4(q - Q_3)}{Q_4 - Q_3}. \end{aligned}$$

Случай 1: план поставок V за период T таков, что средняя часовая производительность $q_1 = V/T = 1100 \text{ м}^3/\text{ч}$ нефтепровода оказывается меньше максимального значения $Q_4 = 1201 \text{ м}^3/\text{ч}$, но больше производительности $Q_3 = 1053 \text{ м}^3/\text{ч}$, обеспечиваемой нефтепроводом при отключении одного из насосов.

В этом случае на основе неравенств (5) на плоскости (τ_1, τ_2) формируется прямоугольный треугольник OAB (рис. 1), а на основе соотношения (6) – прямая M_1M_2 , на которой величина затрат электрической энергии остается постоянной для различных значений τ_1 и τ_2 . Очевидно, что при увеличении затрат электрической энергии $\partial/\partial T$ прямая M_1M_2 смещается вверх параллельно самой себе, а при уменьшении – вниз, поэтому минимальным затратам электрической энергии будет соответствовать точка O , в которой $\tau_1 = \tau_2 = 0$, т. е. оптимальный вариант эксплуатации нефтепровода в рассматриваемом случае состоит в использовании только вариантов с четырьмя и тремя работающими насосами.

Формулы системы (5) позволяют определить переменные τ_3 и τ_4 :

$$\begin{aligned} \tau_3 &= \frac{Q_4 - q}{Q_4 - Q_3} = \frac{1201 - 1100}{1201 - 1053} \cong 0,682, \\ \tau_4 &= \frac{q - Q_3}{Q_4 - Q_3} = \frac{1100 - 1053}{1201 - 1053} \cong 0,318. \end{aligned}$$

Иными словами, получен достаточно тривиальный, но естественный результат: оптимальным является вариант, при котором 68,2 % планового времени нефтепровод работает со всеми четырьмя включенными насосами, а 31,8 % оставшегося времени – с одним отключенным насосом, т. е. на трех насосах. В этом случае $\min(\partial/\partial T) \cong 2,846\text{-МВт}$.

Случай 2: план поставок V уменьшен, средняя часовая производительность $q_2 = V/T = 900 \text{ м}^3/\text{ч}$ нефтепровода меньше, чем значение $Q_3 = 1053 \text{ м}^3/\text{ч}$ в случае отключения одного насоса, но больше производительности $Q_2 = 868 \text{ м}^3/\text{ч}$, обеспечиваемой нефтепроводом при отключении двух насосов.

В этом случае неравенства (5) определяют на плоскости (τ_1, τ_2) область допустимых значений в виде четырехугольника $ABCD$ (рис. 2), а линия, на которой затраты электрической энергии остаются постоянными, – прямая M_1M_2 , перемещающаяся параллельно самой себе.

Прямая линия M_1M_2 , на которой затраты электрической энергии $\partial/\partial T$ остаются постоянными, при параллельном переносе вниз определяет оптимальный вариант – либо точку D ($\tau_1 = 0, \tau_2 = \frac{Q_3 - q}{Q_3 - Q_2}$),

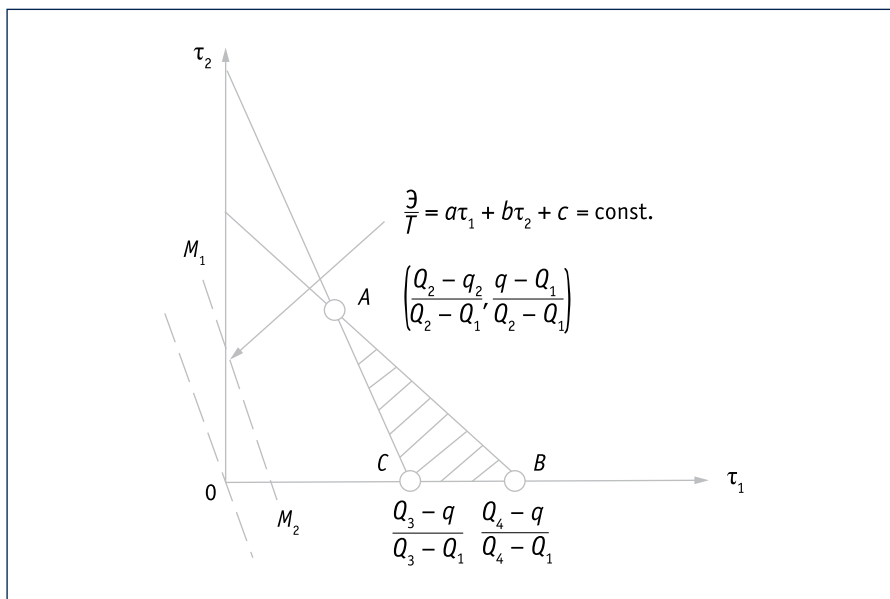


Рис. 3. Геометрическая интерпретация выбора оптимального режима для случая 3
 Fig. 3. Geometric interpretation of the choosing the optimal mode for the case 3

либо точку C ($\tau_2 = 0, \tau_1 = \frac{Q_3 - q_2}{Q_3 - Q_1}$). В первом варианте:

$$\frac{\exists}{T} = b\tau_2 + c = \frac{N_2(Q_4 - Q_3) - N_3(Q_4 - Q_2) + N_4(Q_3 - Q_2)}{Q_4 - Q_3} \times \frac{Q_3 - q_2}{Q_3 - Q_1} \cong 1,638 \cdot \text{МВт},$$

во втором:

$$\frac{\exists}{T} = a\tau_1 + c = \frac{N_2(Q_4 - Q_3) - N_3(Q_4 - Q_2) + N_4(Q_3 - Q_2)}{Q_4 - Q_3} \cong 1,826 \cdot \text{МВт},$$

т. е. первый вариант экономичней второго. Итак, в первом варианте $\tau_1 = 0; \tau_2 \cong 0,827$, а из (5) находим $\tau_3 \cong 0,173$ и $\tau_4 = 0$.

Таким образом, оптимальным является вариант, при котором 82,7 % планового времени нефтепровод работает с тремя включенными насосами, а 17,3 % оставшегося времени – с двумя включенными насосами. В этом случае $\min(\exists/T) \cong 1,637 \cdot \text{МВт}$.

Случай 3: план поставок V еще уменьшен, так что среднечасовая производительность составляет $q_2 = V/T = 800 \text{ м}^3/\text{ч}$. В этом случае неравенства (5) определяют на плоскости (τ_1, τ_2) область допустимых значений в виде треугольника ABC (рис. 3), а линию M_1M_2 , на которой затраты электрической энергии остаются постоянными, – прямая, перемещающаяся параллельно самой себе.

Оптимальное решение задачи реализуется в той точке заштрихованной области ABC , которая в первый раз

встретится на пути прямой M_1M_2 постоянных значений затрат электроэнергии при ее параллельном переносе вверх. В рассматриваемом случае ($q_3 = 900 \cdot \text{м}^3/\text{ч}$) такой точкой будет являться вершина A треугольника ABC , для которой $\tau_1 = 0,269; \tau_2 = 0,731; \tau_3 = \tau_4 = 0$. Иными словами, в этом случае нужно 73,1% времени вести перекачку двумя насосами, а 26,9 % – одним насосом, тогда $\min(\exists/T) \cong 1,240 \cdot \text{МВт}$.

ВЫВОДЫ

Показано, что в вопросе выбора оптимального из числа допустимых режимов эксплуатации технологического участка нефтепровода ключевым фактором является безусловное выполнение плана поставки нефти и минимальная стоимость потребляемой электрической энергии с учетом продолжительности работы насосов в дневное и ночное время.

В рассмотренном примере при заданных значениях коэффициентов полезного действия результат решения получился достаточно тривиальным – в каждом случае оптимальным режимом является тот, который получается из двух режимов, ближайших по производительности к определенному плану. Однако при большом числе вариантов и различиях имеющихся на НПС насосов по типу и коэффициентам полезного действия решение заранее не очевидно. Использование стандартного пакета компьютерных программ, реализующих симплекс-метод решения задачи линейного программирования, делает применение данного подхода к выбору оптимальных режимов перекачки весьма простым и нетрудоемким.

Литература:

1. Бархатов А.Ф. Разработка методов энергоэффективной эксплуатации магистральных нефтепроводов на основе оптимизации технологических режимов: дис. ... канд. техн. наук. М.: РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина, 2017. 160 с.
2. Лурье М.В. Теоретические основы трубопроводного транспорта нефти, нефтепродуктов и газа. М.: ООО «Изд. дом «Недра», 2017. 476 с.
3. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. М.: Лань, 2011. 352 с.

References:

1. Barkhatov A.F. Development of Methods for Energy Efficient Operation of Trunk Pipelines based on Optimization of Technological Regimes. Cand. of Science (Engineering) dissertation. Moscow, Gubkin Russian State University of Oil and Gas (National Research University), 2017, 160 p. (In Russian)
2. Lurie M.V. Fundamentals of Pipeline Transportation of Oil, Its Products and Gas. Moscow, Publishing House "Nedra", 2017, 476 p. (In Russian)
3. Akulich I.L. Mathematical Programming in Examples and Problems. Moscow, Lan', 2011, 352 p. (In Russian)